

## Serie 1

### 1. Nabla-Kalkül 1

Beweisen Sie die Gültigkeit der folgenden Gleichungen:

- $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \psi = 0$  ,
- $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$  ,
- $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A}$  ,

wobei  $\vec{A}$  ein Vektorfeld und  $\psi$  ein Skalarfeld sei.

### 2. Nabla-Kalkül 2

Berechnen Sie folgende Ausdrücke für  $\vec{r} \neq 0$ :

- $\vec{\nabla} \psi(|\vec{r}|)$  ,
- $\vec{\nabla} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{r})$  ,
- $\vec{\nabla} \cdot a \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$  ,
- $\vec{\nabla} \times \left( a \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \right)$  ,

wobei  $a$  eine Konstante und  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  ein konstanter Vektor sei.

## Hausaufgaben

### 3. Nabla-Kalkül 3

Beweisen Sie die folgenden Produktregeln:

- $\vec{\nabla} \cdot (\psi \cdot \vec{A}) = \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \psi + \psi \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})$  ,
- $\vec{\nabla} \times (\psi \cdot \vec{A}) = \vec{\nabla} \psi \times \vec{A} + \psi \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A}$  .

### 4. Laplace-Operator

Der Laplace-Operator  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  in zwei Dimensionen soll in Polarkoordinaten angegeben werden ( $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ).