Prof. Dr. Danilo Pescia
Tel. 01 633 21 50
pescia@solid.phys.ethz.ch

PHYSIK II, SS 2004

Oliver Portmann
Tel. 01 633 20 77
portmann@solid.phys.ethz.ch

Serie 7

1. Ideales Gas im Schwerefeld

Ein klassisches Gas befinde sich in einem unendlich hohen, zylindrischen Behälter. In Richtung der Zylinderachse (z-Achse) soll ein homogenes Schwerefeld auf die Teilchen mit Masse m wirken.
Berechnen Sie:

a. die mittlere kinetische Energie eines Gasteilchens,

b. die mittlere Höhe $\langle z \rangle$ der Gasteilchen,

c. die mittlere potentielle Energie eines Gasteilchens.

2. Entropie eines idealen Gases

Wir haben gesehen, dass sich die Entropie eines makroskopischen Systems als

$$S = k_\mathrm{B} \frac{\partial}{\partial T} \left\{ T \cdot \ln(Z(T, V, N)) \right\}$$

schreiben lässt.

a. Berechnen Sie die Entropie eines idealen Gases aus N freien, identischen Atomen der Masse m.

b. Ein isoliertes System sei zunächst durch eine Wand in zwei Kammern aufgeteilt (Volumen $V = V_1 + V_2$, Teilchenzahl $N = N_1 + N_2$). In beiden Kammern herrsche dieselbe Temperatur T, und die Wand sei so eingestellt, dass $\frac{N_1}{V_1} = \frac{N_2}{V_2}$ (gleiche Dichte). Das Gas in Kammer 1 unterscheide sich vom Gas in Kammer 2.
Bei der Entfernung der Wand mischen sich die beiden Gase, und die Entropie des Gesamtsystems ändert sich um die Mischungsentropie ΔS.

   i. Berechnen Sie die Mischungsentropie ΔS.

   ii. Zeigen Sie, dass $\Delta S > 0$.

Prof. Dr. Danilo Pescia
Tel. 01 633 21 50
pescia@solid.phys.ethz.ch

Oliver Portmann
Tel. 01 633 20 77
portmann@solid.phys.ethz.ch

Hausaufgaben

3. Gleichverteilungssatz (Äquipartitionstheorem)

Betrachten Sie ein Gas aus N identischen Teilchen. Die Hamiltonfunktion eines Teilchens sei

$$H(\vec{p}, \vec{q}) = \sum_j \left(\alpha_j p_j^2 + \beta_j q_j^2 \right) \quad ,$$

wobei sich die Summe über die drei Koordinaten von $\vec{p}$ und $\vec{q}$ erstrecke. Von den Koeffizienten α_j und β_j seien f von Null verschieden.
Zeigen Sie, dass

$$\frac{\langle E \rangle}{N} = \frac{1}{2} k_{\mathrm{B}} T \cdot f \quad .$$

4. Zweiatomige Moleküle

Ein System von N nicht miteinander wechselwirkenden, zweiatomigen Molekülen sei bei der Temperatur T im Volumen V eingeschlossen. Die Hamiltonfunktion eines einzelnen Moleküls laute:

$$H_0(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{2m} \left(\vec{p}_1^{\,2} + \vec{p}_2^{\,2} \right) + \frac{1}{2} \alpha \left| \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \right|^2 \quad ,$$

wobei $\alpha > 0$. Berechnen Sie:

a. die Zustandssumme,

b. die mittlere Energie pro Molekül $\frac{\langle E \rangle}{N}$,

c. den mittleren quadratischen Moleküldurchmesser $\langle |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \rangle$.

Tipp: Benützen Sie für die Integration über das Volumen die Koordinate des Schwerpunkts $\vec{R} = \frac{1}{2}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2)$, und die Relativkoordinate $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ anstelle von $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$.