Prof. Dr. Danilo Pescia
Tel. 01 633 21 50
pescia@solid.phys.ethz.ch

PHYSIK II, SS 2004

Oliver Portmann
Tel. 01 633 20 77
portmann@solid.phys.ethz.ch

Serie 6

1. Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung

Berechnen Sie unter Annahme einer Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung:

a. die mittlere Geschwindigkeit $\langle v \rangle$,

b. die Wurzel der mittleren quadratischen Geschwindigkeit $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$,

c. die sogenannte "wahrscheinlichste Geschwindigkeit" v_0, d.h. die Geschwindigkeit, bei der die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung ihr Maximum hat.

Tipp:

$$\int_0^\infty x^n \cdot e^{-\alpha x^2} dx = \begin{cases} \frac{1\cdot 3\cdot \ldots \cdot (2i-1)\cdot\sqrt{\pi}}{2^{i+1}\cdot\alpha^{i+\frac{1}{2}}} & \text{falls } 2i = n \\ \frac{i!}{2\cdot\alpha^{i+1}} & \text{falls } 2i+1 = n \end{cases}$$

Als Zahlenbeispiel bestimme man $\langle v \rangle$, $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ und v_0 für Stickstoff (Molgewicht 28) bei Zimmertemperatur.

2. Pendel im Hamilton-Formalismus

Für ein einfaches Pendel der Länge l mit der Masse m bestimme man:

a. den zu φ konjugierten Impuls,

b. die Hamiltonfunktion,

c. die Trajektorie im Phasenraum zu fester Energie E bei kleinen Auslenkungen,

wobei man für den Nullpunkt der potenziellen Energie die Höhe der Ruhelage wähle.
Ausserdem zeige man, dass:

d. die Anzahl der Zustände mit einer Energie kleiner als E genau $\frac{E\cdot T}{h}$ ist, wobei T die Periode des Pendels bezeichnet.

Hausaufgaben

3. Zustandsdichte von freien Teilchen in einer Dimension

a. Finden Sie die Zustandsdichte $\rho(E)$ für zwei, beziehungsweise drei freie Teilchen mit Masse m in einem eindimensionalen System mit "Volumen" V.

b. Welche E- und V-Abhängigkeit lässt sich für N Teilchen in einer Dimension vermuten?

Prof. Dr. Danilo Pescia
Tel. 01 633 21 50
pescia@solid.phys.ethz.ch

Oliver Portmann
Tel. 01 633 20 77
portmann@solid.phys.ethz.ch

4. Mittlere Energie eines freien Teilchens in zwei und drei Dimensionen

Berechnen Sie die mittlere Energie eines freien Teilchens mit Masse m, das sich in einem Volumen V in einer, beziehungsweise zwei Dimensionen bewege:

a. duch Auswertung in Phasenraumkoordinaten,

b. durch Auswertung in der Koordinaten E.

Man benütze den Tipp aus Aufgabe 1.

5. Kombinatorik

Gegeben sei ein Gitter mit N Plätzen. Finden Sie die Anzahl der Möglichkeiten, das Gitter mit N_1 ununterscheidbaren Teilchen zu füllen. Auf jedem Gitterplatz solle höchstens ein Teilchen zu liegen kommen. Welchem berühmten Ausdruck der Mathematik entspricht das erhaltene Resultat?