

## Serie 3

### 1. Hamiltonfunktion

Ein Massenpunkt  $m$  rotiere in einem festen Abstand um die  $z$ -Achse. Er stehe unter dem Einfluss eines tangential verlaufenden Kraftfeldes. Berechnen Sie die Hamiltonfunktion.

### 2. Makromolekül

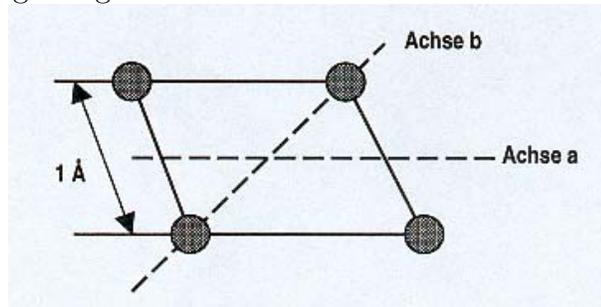
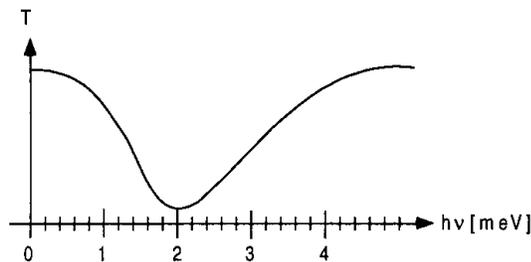
Ein Makromolekül werde durch einen optischen Übergang in Rotation versetzt. Sein Drehimpuls betrage  $10 \hbar$ . Berechnen Sie die Rotationsgeschwindigkeit für folgende Fälle:

- Das Molekül sei eine Kugel mit Radius  $10 \text{ \AA}$  und homogener Massendichte  $10^3 \text{ kg/m}^3$ .
- Die ganze Masse des Moleküls sei auf einer Kugelschale mit Radius  $10 \text{ \AA}$  verteilt.

## Hausaufgaben

### 3. Vieratomiges Molekül

Ein Molekül bestehe aus vier Atomen der Masse  $m = 5 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , die sich als Massenpunkte auf den Ecken eines Quadrates der Kantenlänge  $a = 1 \text{ \AA}$  befinden. Die Intensität des transmittierten Lichts weise als Funktion der Energie folgende Charakteristik auf:



- Wie gross ist die Drehgeschwindigkeit der Moleküle, wenn das Transmissionspektrum durch eine Rotationsanregung um die Achse **a** verursacht wird?
- Wie gross ist die Drehgeschwindigkeit, wenn die Moleküle um die Achse **b** rotieren?

#### 4. Rollende Zylinder

Ein Zylinder der Länge  $L$  mit homogener Massendichte  $\rho$  und Radius  $r_1$  rolle der Falllinie entlang eine schiefe Ebene hinunter.

- a. Man berechne die kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  des Zylinders. Dazu zerlege man die gesamte kinetische Energie in die kinetische Energie  $E_{\text{trans}}$  der Translationsbewegung des Schwerpunkts und die kinetische Energie  $E_{\text{rot}}$  der Rotationsbewegung um den Schwerpunkt.
- b. Man zeige, dass sich die kinetische Energie auch als die kinetische Energie der Rotationsbewegung um die momentane Rotationsachse darstellen lässt.  
Tipp: Die momentane Rotationsachse zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  ist als jene Achse definiert, entlang der sich die Massenelemente zum Zeitpunkt  $t$  in Ruhe befinden.
- c. Wie gross muss der Radius  $r_2$  eines gleich schweren Hohlzylinders sein, damit er gleich schnell die schiefe Ebene hinunterrollt wie der Zylinder mit homogener Massendichte  $\rho$  und Radius  $r_1$ ? Die Länge beider Zylinder sei  $L$ .  
Tipp: Man berechne die Lagrangefunktion und bestimme aus der Bewegungsgleichung (Euler-Lagrange-Gleichung) die Beschleunigung.

#### 5. Kippende Scheibe

Man betrachte eine ultradünne, kippende Scheibe mit Radius  $R$  und Gesamtmasse  $M$ . Wie lautet die Lagrangegleichung im Erdfeld?