

Serie 5

1. Erzwungene Schwingung in Anwesenheit von Reibung

Gegeben sei eine lineare DGL n -ter Ordnung mit reellen Koeffizienten.

- Die Inhomogenität sei $f(t) + i g(t)$, f und g reelle Funktionen. Zeige, falls $z(t)$ eine Lösung der DGL zu $f(t) + i g(t)$ ist, dann ist $\operatorname{Re}(z(t))$ eine Lösung der DGL mit Inhomogenität $f(t)$.
- Benutze dieses Resultat, um die im Skript angegebene spezielle Lösung für die erzwungene Schwingung mit Reibung zu finden. (Tip: Löse die DGL für eine komplexe äussere Kraft $\frac{|f|}{m} \cdot e^{i\gamma t}$.

2.

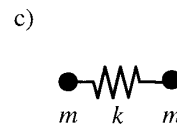
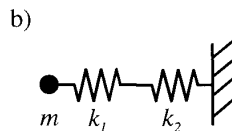
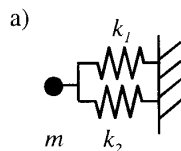
Berechne die erzwungene Schwingung eines Systems unter dem Einfluss einer äusseren Kraft $F(t)$. Das System ruht zur Zeit $t = 0$ in der Gleichgewichtslage ($x(0) = \dot{x}(0) = 0$). Berechne die Fälle,

- $F = \text{const} = F_0$,
- $F = a \cdot t$,
- $F = F_0 \cdot e^{-\alpha t}$.

3. Federsystem

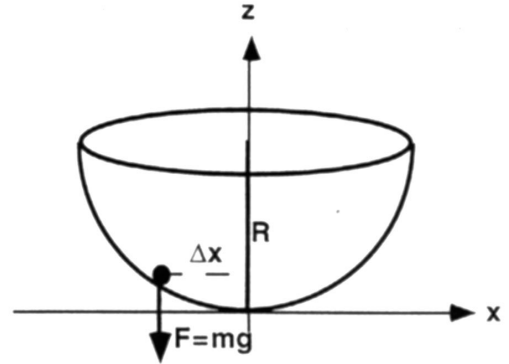
Wir betrachten ein System aus zwei Federn mit Konstanten k_1 und k_2 . Diese soll durch eine einzige Feder mit Konstante k ersetzt werden, sodass der Massenpunkt m die gleiche Bewegung durchläuft.

- Die Federn werden parallel geschaltet. Wie gross ist k ?
- Die Federn werden in Serie geschaltet. Wie gross ist k ?
- Betrachte nun zwei Massenpunkte mit gleichem m , die durch eine Feder mit Konstante k verbunden sind. Wie gross ist die Schwingungsfrequenz?



4. Harmonische Approximation

Eine kleine Kugel mit der Masse m und dem Radius r befindet sich in einer Kugelschale mit dem Radius R . Sie wird um die horizontale Distanz Δx aus der Ruhelage ($x = 0$) gebracht und beginnt in der $x - z$ -Ebene um die Ruhelage zu schwingen. Die Schale sei so glatt, dass die Kugel gleitet (Rollbewegungen sind kompliziert zu rechnen). Die Kugel kann als Massenpunkt idealisiert werden ($R \gg r$). Für kleine Δx wird die Schwingung annähernd harmonisch sein, weil $x = 0$ ein stabiles Gleichgewicht darstellt. Berechnen Sie die Bahn $x(t)$ in der harmonischen Näherung. (Tip: Taylorentwicklung der potentiellen Energie $V(z(x))$).

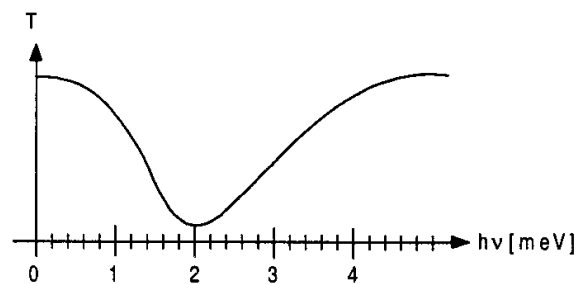
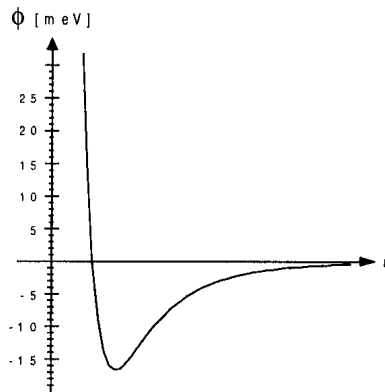


5. Bestimme die Schwingung eines Systems nach Einwirkung einer äusseren Kraft

a. $F(t) = \begin{cases} 0 & : t \notin [-T/2, T/2] \\ F_0 & : t \in [-T/2, T/2] \end{cases}$ b. $F(t) = \begin{cases} 0 & : t \notin [-T/2, T/2] \\ \sin(\gamma t) & : t \in [-T/2, T/2] \end{cases}$

6. 2-atomiges Molekül

Die potentielle Energie eines Systems mit Masse $m = 10^{-27}$ kg als Funktion des Abstandes r hat die Gestalt unten links. Bei einem Absorbtiensexperiment, bei welchem eine Schwingung angeregt wird, misst man das Transmissionsspektrum unten rechts:



- Bestimme die Bindungsenergie.
- Bestimme die zweite Ableitung der potentiellen Energie in der Nähe der Gleichgewichtslage.

7. Gekoppelte Oszillatoren

Berechnen Sie die Fundamentalschwingungen des Koppelschwingers, gegeben in der nebenstehenden Abbildung.

