Prof. Dr. Danilo Pescia
Tel. 633 21 50
pescia@solid.phys.ethz.ch

Physik I für Studiengänge
Physik & Mathematik &
Rechnergestützte Wissenschaften
Wintersemester 2003/04

Thomas Michlmayr
Tel. 633 23 28
michlmayr@phys.ethz.ch

Serie 2

1. Graphen von Funktionen

Skizzieren Sie die Graphen von folgenden Funktionen:

a. $f(x) = x^3, \qquad D = [0, 1]$

b. $f(x) = \frac{1}{x^2-1}, \qquad D = [-2, 2]\backslash\{-1, 1\}$

c. $f(x) = e^{-x}, \qquad D = \mathbf{R}$

d. $f(x) = \ln \mid x \mid, \qquad D = \mathbf{R}\backslash\{\mathbf{0}\}$

e. $f(x) = \mid \sin(x) \mid, \qquad D = \mathbf{R}$

f. $f(x) = \sqrt{\mid x \mid}, \qquad D = \mathbf{R}$

2. Grenzwerte

Berechnen Sie mit den Rechenregeln für Grenzwerte die folgenden Ausdrücke

a. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-1}{(x+1)^2}$

b. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^3+3x-1}{x^2+1}$

c. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sin(x)}{x}$

3. Die Logarithmusfunktion

$f(x) = \ln(x)$ ist die Umkehrfunktion von $f(x) = e^x$. Zeigen Sie, dass

a. $e^x \cdot e^y = e^{x+y}$ Tip: Benutzen Sie die Formel für die Exponentialreihe und die binomischen Lehrsätze.

b. $\ln(x\,y) = \ln(x) + \ln(y)$

c. $\ln(\frac{x}{y}) = \ln(x) - \ln(y)$

d. $\ln(x^a) = a \ln(x)$

4. Berechnen Sie die Ableitungen von

   a. $y = x$

   b. $y = x^2$

   c. $y = e^x$

   d. $y = \sin(x)$

   e. $y = \cos(x)$

   f. $y = \ln(x)$

5. Beweisen Sie

$$\frac{d}{dx}x^n = n \cdot x^{n-1}.$$

   a. durch Induktion

   b. durch Benutzung der Identität $x^n = e^{n \ln x}, \quad (x > 0, n \in \mathbf{Q})$.

6. Beweisen Sie die Regel

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}.$$

7. Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen

   a. $y(x) = e^{\sin(x-c)}$

   b. $y(x) = \ln(\cos(x))$

   c. $y(x) = \frac{sin(x)}{x}$

   d. $y(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \geq 0 \\ -x^2 & , \quad x \leq 0 \end{cases}$