

Serie 1

1. Vektoralgebra I

Gegeben seien die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} in \mathbf{R}^3 . Man zeige, dass

- $\vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c}) \neq (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$
- $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \neq (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$
- $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = -\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$

Was ist die geometrische Bedeutung des gemischten Produktes $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$?

2. Vektoralgebra II

Vereinfache die Produkte

- $(3\vec{a} - 2\vec{b})(2\vec{a} + \vec{b})$
- $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$

3. Analytische Geometrie

Die Vektoralgebra gestattet es, Formeln der analytischen Geometrie einfach darzustellen. Es sei O der Koordinatensprung und $\vec{r}_p = \vec{OP}$ der zum Punkt P gehörende Ortsvektor. Man schreibe

- die Gleichung der Geraden durch den Punkt P parallel zu \vec{a} ,
- die Gleichung der Geraden durch den Punkt P_0 und P_1 ,
- die Gleichung der Ebene durch den Punkt P senkrecht zu \vec{n} ,
- und die Gleichung der Ebene durch den Punkt P_0 , P_1 und P_2 .

4. Gravitationsgesetz

Gegeben seien die Lagen \vec{r}_{m_1} und \vec{r}_{m_2} zweier Massen m_1 und m_2 . Das Gravitationsgesetz von Newton besagt, dass die Gravitationskraft der Masse m_1 auf m_2 entlang der Verbindungslinie zeigt und vom Betrag her invers proportional zum Abstand der Massen ist. Darüberhinaus ist sie proportional zum Produkt $m_1 \cdot m_2$. Schreibe das Kraftgesetz als Funktion von \vec{r}_{m_1} und \vec{r}_{m_2} .

5. Kartesische Koordinaten

Zeichne alle Punkte mit kartesischen Koordinaten $(0, a, b)$ mit $a = b$ und $a \in \mathbf{Z}$.