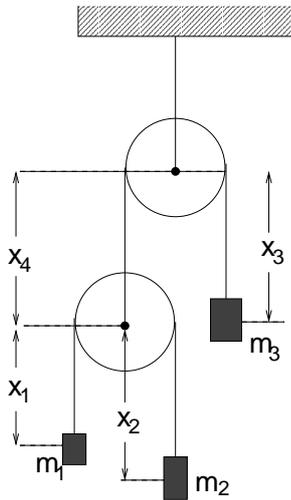


Übungen zur Mechanik (8.Serie)



1.) Gegeben $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$. Das System befindet sich im Schwerfeld der Erde, die Rollen und Fäden haben vernachlässigbare Massen.

a) Stelle die Lagrangefunktion und die Nebenbedingungen auf.

b) Nach Elimination von x_1 und x_4 schreibe man die Lagrange-Gleichungen 2.Art. Wie gross muss die Masse m_3 , damit sie in Ruhe bleibt? Was passiert für $m_1 = 0$?

c) Löse die Aufgabe auch mit den d'Alembert-Gleichungen.

2.) **Sphärisches Pendel:** Ein Massenpunkt bewegt sich auf einer Kugeloberfläche unter dem Einfluss der Schwerkraft.

a) Bestimme die Lagrangefunktion und stelle die Lagrange-Gleichungen 2.Art in Kugelkoordinaten ϑ, φ auf. Eine Gleichung ist sofort integrierbar, was bedeutet das Integral?

b) Schreibe die verbleibende Gleichung in der Form

$$\ddot{\vartheta} = -\frac{d}{d\vartheta} V_{\text{eff}}(\vartheta)$$

und diskutiere die Bewegung mit Hilfe von Phasenbahnen in der $(\vartheta, \dot{\vartheta})$ -Ebene. Wann ist die Bewegung periodisch?

3.) Im Unterschied zu 2.) sei das Pendel jetzt an einem Gelenk aufgehängt, so dass es nur in einer Ebene schwingen kann. Die Schwingungsebene wird mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω gedreht. Diskutiere das effektive Potential $V_{\text{eff}}(\vartheta)$ in Abhängigkeit von ω und bestimme die stabilen Gleichgewichtslagen $\vartheta_0(\omega)$. Du findest sogn. Bifurkation (Verzweigung) der Kurve $\vartheta_0(\omega)$ und spontane Symmetriebrechung.

