

Übungen zur Mechanik (3.Serie)

1.) Zeige, dass bei der Kepler-Bewegung der Lenz'sche Vektor

$$\vec{F} = \vec{v} \wedge [\vec{x} \wedge \vec{v}] - k \frac{\vec{x}}{r},$$

$\vec{v} = \dot{\vec{x}}$, $k = \kappa M$, eine Erhaltungsgrösse ist. Welche Richtung und welchen Betrag hat \vec{F} ?

2.) Aus der Konstanz von \vec{F} leite man die Bahnkurve der Kepler-Bewegung ab und vergleiche mit dem Resultat der Vorlesung.

3.) Diskutiere die Phasenkurve der Pendelgleichung

$$\ddot{x} = -\sin x, \quad x \in \mathbb{R}^1.$$

a) Bestimme die Gleichung der Separatrix in der (v, x) - Ebene, $v = \dot{x}$.

b) Berechne $x(t)$ für die Kriechbewegung auf der Separatrix.

c) Zeige, dass die Phasenströmung flächenerhaltend ist, d.h.

$$\int_{G(t)} dx dv = \int_{G(0)} dx_0 dv_0.$$