

Übungen zur Mechanik (10.Serie)

1.) Eine homogene Kugel der Masse m mit Radius r rollt sekrecht auf einer schiefen Ebene der Neigung $\tan \alpha$.

a) Berechne den Trägheitstensor der Kugel und bestimme die Lagrange - Funktion.

b) Formuliere die Nebenbedingungen differentiell und stelle die d'Alembert - Gleichungen auf.

c) Berechne Höhe und Geschwindigkeit als Funktion von t und vergleiche mit den Ergebnissen für einen reibungsfrei gleitenden Körper aus der Vorlesung.

2.) Die Matrix

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

sei der Trägheitstensor eines starren Körpers. Man bestimme die Hauptträgheitsmomente und die Richtungen der Hauptträgheitsachsen.

3.) Zeige, dass die Lagrange - Funktion

$$L = e^{\alpha t} \left(\frac{m}{2} \dot{x}^2 - \frac{m}{2} \omega^2 x^2 \right)$$

einen Oszillator mit Reibung beschreibt. Bestimme die zugehörige Hamiltonfunktion und interpretiere den Reibungsmechanismus.