Serie 6

1. Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & -2 & -5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Bestimme die Jordansche Normalform von A und die zugehörige Jordan-Basis von $\mathbb{R}^5$.

2. Gib für $1 \leq n \leq 5$ je eine komplexe 5×5-Matrix an, die das Minimalpolynom $(x-1)^n$ hat.

Sei B eine komplexe 5×5-Matrix mit charakteristischem Polynom $(x-3)^2(x+5)^3$ und Minimalpolynom $(x-3)(x+5)^2$. Bestimme die Jordan-Normalform von B.

3. Sei C eine Matrix der Gestalt

$$C = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & * & \dots & * \\ 0 & \lambda & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & * \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Bestimme die Jordansche Normalform von C.

4. Sei P_2 der komplexe Vektorraum der Polynome in x mit Koeffizienten in $\mathbb{C}$ vom Grad höchstens 2, und sei D der Endomorphismus

$$D : P_2 \longrightarrow P_2, \quad f \mapsto \frac{d^2 f}{dx^2} + (x-3)\frac{df}{dx}.$$

Bestimme die Jordansche Normalform von D.

Abgabe: Mittwoch, 12. Mai 2004, in den Übungsgruppen.