

### Serie 3

1. Berechne die folgenden bestimmten (und zum Teil uneigentlichen) Integrale:

a)  $\int_1^{64} \frac{\sqrt{t} - \sqrt[3]{t}}{\sqrt[3]{t} - 1} dt,$

c)  $\int_2^{\infty} \frac{dt}{t^4 - 1}.$

b)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{\cosh t},$

2. Untersuche die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz:

a)  $\int_{1/\pi}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{t}\right) dt,$

b)  $\int_0^{\infty} \sin(t^2) dt.$

3. Es sei  $f : [0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  eine nicht-negative, monoton abnehmende Funktion, für welche das uneigentliche Integral

$$\int_0^{\infty} f(t) dt$$

existiert. Beweise oder widerlege die folgenden Schlüsse:

a) Es existiert eine Konstante  $C \geq 0$  so, dass die Abschätzung  $f(t) \leq \frac{C}{t}$  für alle  $t > 0$  gilt.

b) Das uneigentliche Integral  $\int_0^{\infty} (f(t))^2 dt$  existiert ebenfalls.

c) Aussage b) gilt auch, wenn man in der Voraussetzung  $[0, \infty[$  durch  $]0, \infty[$  ersetzt.

4. Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz:

a)  $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{(\log k)^{\log k}},$

c)  $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{(\log k)^2}{k^{\log \log k}},$

b)  $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{(\log k)^{\log \log k}},$

d)  $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{(\log \log k)^{\log \log k}}.$

**Bitte wenden!**

---

**Abgabe:** Montag, 26.4.2004, in den Übungen oder den Kästen vor dem HG G 33.1.