

Serie 2

1. Betrachte die Funktion

$$L(x) := \int_1^x \frac{dt}{t} \quad (x \geq 1)$$

und zeige, dass L der Funktionalgleichung

$$L(uv) = L(u) + L(v)$$

für alle $u, v \geq 1$ genügt. Dabei dürfen nur allgemeine Eigenschaften des Integrals, wie z. B. Zerlegungsadditivität, Substitutionregeln usw., aber keine Vorkenntnisse über die Logarithmusfunktion verwendet werden.

2. Berechne den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(nt)}{nt} dt.$$

Hinweis: Wähle ein $\varepsilon > 0$ und zerlege den Integrationsbereich in die Teilintervalle $[0, \varepsilon]$ und $[\varepsilon, \frac{\pi}{2}]$.

3. Berechne die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $\int \sin^2 t e^{-t} dt,$

d) $\int \frac{t^3}{\sqrt{t^2+1}} dt \quad (t^2+1 := u),$

b) $\int \frac{dt}{1+\cos t} \quad (\tan(t/2) := u),$

e) $\int \frac{\sqrt{1-t}}{\sqrt{t-t}} dt \quad (t := \sin^2 u),$

c) $\int \sinh t \cos t dt,$

f) $\int \frac{dt}{\sqrt{1+e^t}}.$

4. Zerlege die folgenden Ausdrücke in (reelle oder komplexe) Partialbrüche:

a) $\frac{t+2}{t^2(t^2+2)},$

c) $\frac{t^4+1}{(t^2+1)^2},$

b) $\frac{t}{t^3+t^2-t-1},$

d) $\frac{1}{t^6-1}.$

Bitte wenden!

5. Berechne die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $\int \frac{dt}{t^3 + 1}$,

b) $\int t^3 \arctan t dt$.

—

Abgabe: Mittwoch, 21.4.2004, in den Übungen oder den Kästen vor dem HG G 33.1.

—

Hinweis: Präsenz ist auf Mi 12-13h HG E 18.1 verschoben.

Hinweis: Am Montag, 19.4.2004, (Sechseläuten) finden keine Übungen statt.