

## Serie 9

1. Betrachte das allgemeine Glied der Exponentialreihe:  $z^n/n!$ .

- a) Für welche  $z \in \mathbb{C}$  ist das  $n$ -te Glied absolut grösser als jedes andere Glied?
- b) Welches Glied ist für ein gegebenes  $z \in \mathbb{C}$  das absolut grösste?

2. Fritz vergeht sich an einer vollen Literflasche Whisky seines Vaters folgendermassen: Er trinkt immer wieder einen minimalen Bruchteil  $\lambda$  des Inhalts und füllt mit Wasser nach, bis schliesslich die Whiskykonzentration in der Flasche auf  $\leq 1/2$  gesunken ist. Wieviel Liter Whisky und wieviel Liter Wasser hat Fritz dabei im ganzen getrunken? Berechne die Grenzwerte für  $\lambda \rightarrow 0$ .

3. Berechne die folgenden Grenzwerte:

- |  |  |
|--|--|
| a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n-4}\right)^n$ ,        | c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$ ,                             |
| b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\sqrt{n}}$ , | d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{x}\right)^x$ , |
|  | e) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n(\sqrt[n]{a} - 1)) \quad (a > 0)$ .  |

4. Es sei  $\sum_k a_k$  eine konvergente Reihe mit positiven Gliedern. Man untersuche die Reihen

- |                                  |                             |
|----------------------------------|-----------------------------|
| a) $\sum_k (-1)^k a_k$ ,         | c) $\sum_k (e^{a_k} - 1)$ , |
| b) $\sum_k \frac{1}{\log a_k}$ , | d) $\sum_k k a_k^2$         |

auf Konvergenz; das heisst, man gebe in jedem Fall einen Konvergenzbeweis oder ein Gegenbeispiel.

5. Bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

**Bitte wenden!**

$$\text{a) } \sum_{k=0}^{\infty} (1 - \tanh k) z^k,$$

$$\text{b) } \sum_{k=1}^{\infty} k \left(1 + \frac{3}{k}\right)^{k^2} z^k.$$

6. Bestimme Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen:

$$\text{a) } \exp\left(\pi \frac{1 + i\sqrt{2}}{\sqrt{2} + i}\right),$$

$$\text{b) } \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{1991},$$

$$\text{c) } \left(\frac{24 - 7i}{20 + 15i}\right)^{17}.$$

7. Berechne durch Zurückführung auf eine (endliche) geometrische Reihe die beiden Summen

$$\text{a) } \sum_{k=0}^n \cos(kt),$$

$$\text{b) } \sum_{k=0}^n \sin(kt).$$

—

**Bitte beachten!**

**Abgabe:** Montag, 12.1.2004, in den Übungen oder den Kästen vor dem HG G 33.1.